

Exercice I : Newton Car (11 points)

1. propulsion de la « Newton Car »

1.1. Seul **le poids et la réaction des pailles** s'appliquent sur le système S.

1.2. Le système est **pseudo-isolé si la somme des forces auquel il est soumis est nulle.**

Dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, la 2^{de} loi de Newton pour le système S s'écrit

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad . \text{ Si le système est pseudo-isolé, alors } \Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad \text{et donc} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad \vec{p} = cte$$

Or, à l'instant initial, $\vec{p}_i = \vec{0}$ donc $\vec{p}_s = \vec{0}$ à chaque instant.

1.3. Juste après la rupture de la ficelle, la quantité de mouvement s'écrit : $\vec{p}_s = M \cdot \vec{v}_{C0} + m \cdot \vec{v}_{m0}$

Cette quantité de mouvement est nulle donc $M \cdot \vec{v}_{C0} + m \cdot \vec{v}_{m0} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_{C0} = -\frac{m}{M} \cdot \vec{v}_{m0}$

Rq : en toute rigueur, l'énoncé définit ces vitesses juste après la rupture de la ficelle. Or juste avant, ces vitesses sont nulles et compte tenu de l'inertie, la vitesse est continue, donc nulle juste après la rupture. Il s'agit en fait des vitesses juste après que la masselotte ait été éjectée par l'élastique.

Le signe négatif dans l'expression vectorielle ci-dessus indique que puisque la masselotte est éjectée vers la droite, **le chariot part vers la gauche.**

2. Détermination de la vitesse du chariot par l'étude d'un mouvement de chute

2.1. Si l'on néglige l'action de l'air, le chariot n'est soumis qu'à son poids.

2.2. En exploitant les relations données, on trouve $\bar{x}_p = 62,5$ cm et $\sigma_{n-1} = 2,32$ donc $U(x_p) = 1,47$

arrondi à 2 (un seul chiffre significatif pour les incertitudes arrondies au supérieur systématiquement).

Le résultat de la mesure est donc **$x_p = 63 \pm 2$ cm**

2.3. Dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, la 2^{de} loi de Newton pour le système S s'écrit

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{soit ici, avec une masse constante : } \vec{P} = M \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{où } \vec{P} \text{ est le poids : } \vec{P} = M \cdot \vec{g} \quad \text{soit}$$

$$M \cdot \vec{g} = M \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{ce qui donne, après simplification par M : } \vec{g} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad .$$

Par intégration et en assimilant la constante obtenue à la vitesse initiale $\vec{v}_{C0} \begin{pmatrix} v_{C0} \\ 0 \end{pmatrix}$, on obtient :

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_{C0} \\ v_z(t) &= -g \cdot t \end{aligned} \quad .$$

Comme la vitesse est la dérivée de la position, on obtient par intégration : $\begin{aligned} x(t) &= v_{C0} \cdot t \\ z(t) &= -\frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{aligned}$ car la position initiale est en O.

2.4. Si on élimine le temps dans l'expression précédente, on obtient :

$$t = \frac{x}{v_{C0}}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_{C0}} \right)^2 \quad .$$

En écrivant $z = -h$, on obtient : $-h = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x_P}{v_{C0}}\right)^2 \Leftrightarrow v_{C0} = x_P \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}}$. A.N. : $v_{C0} = 1,6 \text{ m.s}^{-1}$

3. Détermination de la vitesse du chariot en utilisant l'effet Doppler

3.1.1. Le premier pic à 3675 Hz est le fondamental tandis que 7350 Hz est la première harmonique.

3.1.2. Le son possède des harmoniques, il est complexe.

3.1.3. Le sujet indique $8T = 2,18 \text{ ms} \rightarrow T = 0,273 \text{ ms}$ soit $f_E = 1/T = 3670 \text{ Hz}$ en bon accord avec le spectre, compte tenu des erreurs expérimentales.

3.2.1. Lorsqu'un récepteur se rapproche d'un émetteur, la durée entre deux signaux identiques diminue par rapport à l'état au repos. La fréquence du signal perçu augmente donc. À l'inverse, lorsqu'un récepteur s'éloigne d'un émetteur, la durée entre deux signaux identiques augmente par rapport à l'état au repos. La fréquence du signal perçu diminue donc.

3.2.2. Par application numérique de l'expression donnée par le sujet, on trouve : $v_{\text{son}} = 346 \text{ m.s}^{-1}$.

3.2.3. Lorsque le chariot se rapproche, la fréquence est plus grande. Elle est égale à 3690 Hz ici.

Or

$$f_R = f_E \cdot \left(\frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v_c}\right) \Leftrightarrow \frac{f_R}{f_E} = \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v_c} \Leftrightarrow f_R \cdot (v_{\text{son}} - v_c) = f_E \cdot v_{\text{son}} \Leftrightarrow f_R \cdot v_{\text{son}} - f_E \cdot v_{\text{son}} = f_R \cdot v_c \Leftrightarrow v_c = \frac{f_R - f_E}{f_R} \cdot v_{\text{son}}$$

Avec $f_R = 3690 \text{ Hz}$, $f_E = 3670 \text{ Hz}$ & $v_{\text{son}} = 346 \text{ m.s}^{-1}$ on trouve $v_c = 1,88 \text{ m.s}^{-1}$ (1,41 si on a pris $f_E = 3675 \text{ Hz}$)

En effectuant le même calcul pour la fréquence reçue lorsque la voiture s'éloigne, on trouve :

$$f_R = f_E \cdot \left(\frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} + v_c}\right) \Leftrightarrow \frac{f_R}{f_E} = \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} + v_c} \Leftrightarrow f_R \cdot (v_{\text{son}} + v_c) = f_E \cdot v_{\text{son}} \Leftrightarrow v_c = \frac{f_E - f_R}{f_R} \cdot v_{\text{son}}$$

Avec $f_R = 3658 \text{ Hz}$, $f_E = 3670 \text{ Hz}$ & $v_{\text{son}} = 346 \text{ m.s}^{-1}$ on trouve $v_c = 1,14 \text{ m.s}^{-1}$. (1,61 si on a pris $f_E = 3675 \text{ Hz}$)

La vitesse est donc $v_c = 1,51 \text{ m.s}^{-1}$, la moyenne des deux valeurs.

4. Optimisation de la « Newton Car »

4.1. Le support où se déplace la « Newton Car » est horizontal, par conséquent, il n'y a pas de variation de l'énergie de pesanteur. Le travail des forces de frottement est donc égal à la variation d'énergie cinétique : $W(\vec{F}) = \Delta E_c$ soit, ici, avec une force de frottement constante et une vitesse nulle à la fin :

$$-F \cdot d = -\frac{1}{2}M \cdot v^2 \Leftrightarrow F = \frac{M}{2d} \cdot v^2 \quad \text{. A.N. : } F = 0,10 \text{ N}$$

4.2. Pour augmenter la distance parcourue, on peut essayer de diminuer les forces de frottements en adoptant des pailles qui se déformeront moins, en carton par exemple (en plus on ne contribue pas à l'usage déraisonné de matières plastiques non recyclables). Ou, compte tenu de la façon dont le chariot est propulsé, qui est telle que $\vec{v}_{C0} = -\frac{m}{M} \cdot \vec{v}_{m0}$ on peut augmenter la valeur de la vitesse du chariot en

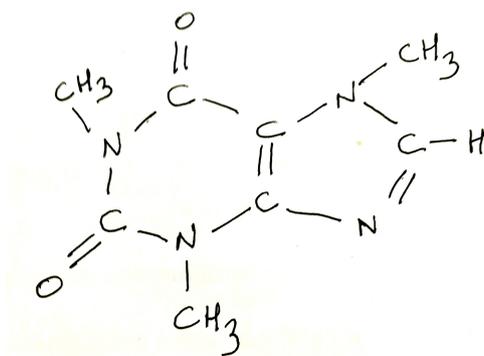
augmentant le rapport $\frac{m}{M}$: plus la masse éjectée sera grande par rapport à la masse du chariot, plus ce dernier ira vite. On peut également travailler sur l'élastique en en choisissant un susceptible de

fournir une plus grande énergie à la masse éjectée.

Exercice II : Gélule de Guarana (4 points)

1. La molécule de caféine

1.1. Formule semi-développée :



1.2. D'où l'on déduit que la formule développée est $C_8H_{10}N_4O_2$ soit une **masse molaire de 194 g.mol⁻¹**.

1.3. il y a 4 groupes de protons équivalents → **4 signaux**.

1.4. Aucun groupe de proton n'a de proches voisins, **il n'y a que des singulets**.

1.5. 3 groupes sont constitués de 3 protons, 1 groupe est constitué d'un seul proton. Il doit donc y avoir 3 courbes d'intégration dont le saut est identique et 3 fois plus élevé qu'un des autres. Ce que nous observons : le singulet à 7,5 a une courbe d'intégration dont le saut est trois fois plus petit que pour les trois autres singulets.

2. Nombre maximal de gélules de guarana ingérable par jour

2.1. Il est préférable de régler le spectrophotomètre sur la longueur d'onde où l'absorbance est la plus élevée soit **271 nm**. Cette longueur d'onde n'est pas dans le visible mais dans les UV ($\lambda < 400$ nm).

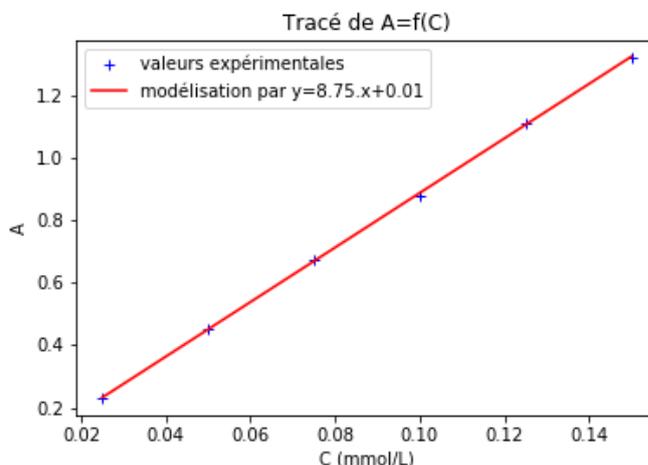
2.2. Difficile de répondre à cette question n'ayant pas le spectre d'absorption de la caféine dans le visible. Si l'on suppose que le reste du spectre au-delà de 340 nm est identique qu'entre 320 et 340, alors la solution est incolore puisque l'absorption est quasi nulle.

2.3. L'exploitation du tableau expérimental fourni conduit au graphique ci-contre.

Nous en déduisons donc que $A=8,75.c$ avec c en mmol/L

La solution de caféine a une absorbance $A=0,524$ donc $c = 6,0.10^{-2}$ mmol.L⁻¹.

Or la gélule de guarana a été diluée dans 500 mL et la solution a été diluée 10 fois. C'est donc comme si la gélule avait été diluée dans 5 L d'eau. La quantité de caféine est donc de 0,30 mmol.

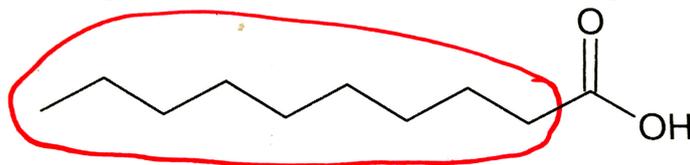


Avec une masse molaire de $194 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, nous en déduisons qu'il y a 58 mg de caféine par gélule. La dose journalière maximale fixée par l'EFSA est de 3 mg par kg de masse corporelle. Un adolescent de 60 kg ne doit donc pas dépasser 180 mg par jour soit **pas plus de 3 gélules par jour**.

Exercice III : Le lait de chèvre (5 points)

1. Structure et propriétés acidobasiques de l'acide caprique

1.1. Cette représentation est un squelette carboné. Voici la chaîne de longueur moyenne évoquée :



De cette représentation de la molécule, on déduit la **formule brute : $\text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{O}_2$** qui nous permet d'obtenir $172 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

1.2. Ex. d'acide carboxylique à longueur de chaîne courte : $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$ acide propanoïque.

1.3. Un acide au sens de Brønsted est une espèce chimique susceptible de céder un H^+ .

La molécule R-COOH est susceptible de céder son H terminal et est donc la forme acide du couple : **R-COOH/R-COO^-** .

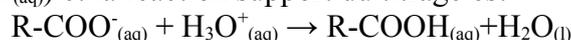
1.4.1. La forme acide prédomine en milieu acide, par conséquent, la courbe 1 correspond à la forme acide tandis que la courbe 2 correspond à la forme basique. Lorsque le pH est égal au pKa, les deux formes co-existent à part égale. Le pka est donc au croisement entre ces deux courbes soit : **$\text{pKa}=4,9$** .

1.4.2. pour un $\text{pH} > \text{pKa}$ c'est la forme basique **R-COO^- qui prédomine**.

1.4.3. A $\text{pH} = 6$, on voit que la solution est composée à $\sim 5\%$ de forme acide R-COOH & 95% de forme basique. Le rapport entre les deux formes est donc de 95 pour 5 soit 19 RCOO^- pour 1 RCOOH . Nous ne sommes pas dans un rapport d'1 pour 100. **On ne peut négliger RCOOH devant RCOO^-** .

2. Titrage de l'acide caprique contenu dans le lait de chèvre

2.1. L'espèce majoritaire étant la forme basique, nous choisirons la solution aqueuse d'acide chlorhydrique : $(\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})})$ et la réaction support du titrage est



2.2. À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stoechiométriques et :

$$n^0_{\text{RCOO}^-} = n^E_{\text{H}_3\text{O}^+}$$

2.3. Bilan des ions présents en solution :

	Avant titrage	Avant équivalence	Equivalence	Après équivalence
Contenu bécher	R-COO^-	$\text{R-COO}^- \downarrow$ & $\text{Cl}^- \uparrow$	Cl^-	Cl^- & $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} \uparrow$
interprétation		Cl^- remplace R-COO^-	Cl^- a remplacé R-COO^-	Les ions \uparrow

Variation G		G augmente		G augmente encore plus
-------------	--	------------	--	------------------------

Comme la conductivité molaire ionique des ions chlorures Cl^- est supérieure à celle de la forme basique R-COO^- , la conductance G augmente lorsque les ions chlorures remplacent les ions R-COO^- . C'est donc **la représentation 3 qui est la bonne**.

2.4. À l'équivalence $n^0_{\text{RCOO}^-} = n^{\text{E}}_{\text{H}_3\text{O}^+}$ donc $n^0_{\text{RCOO}^-} = c \cdot V = 1,41 \cdot 10^{-4}$ mol.

Comme il y a un rapport 19 pour 1 entre les formes basiques et acide, on peut déduire qu'il y a $7,42 \cdot 10^{-6}$ mol de forme acide R-COOH .

Le prélèvement initial était de 10 mL, la quantité de forme basique R-COO^- est donc de $1,41 \cdot 10^{-3}$ mol dans 100 mL soit 0,24 g ($m=n \cdot M$ avec $M=171$ g/mol) et la quantité de forme acide est de $7,42 \cdot 10^{-6}$ mol soit 1,28 mg. Ainsi, il y a **2,7 fois plus d'acide caprique** (sous toutes ces formes) dans le lait de chèvre que dans le lait de vache. Soit pas tout à fait 3 fois plus.